schlecht definiert

Martin Lieberherr, MNG Rämibühl, martin.lieberherr@mng.ch

Wenn die Begriffe sich verwirren, ist die Welt in Unordnung – Konfuzius

1 Einleitung

Sprachbeherrschung wird gerne als Schlüsselkompetenz für die allgemeine Studierfähigkeit und später den Lehrerfolg bezeichnet. Während Studienabgänger meist vollständige Hauptsätze bilden können, sieht es bei Präzision, Einfachheit, Klarheit, Kürze, Prägnanz und Wortschatz oft übler aus. Die Kompetenz wächst zum Glück mit der Unterrichtserfahrung, aber einige Mängel persistieren hartknäckig.

Als Anfänger hatte ich beispielsweise von "Arbeit leisten" gesprochen. Nach ein paar Prüfungen ist mir aufgefallen, dass die Schülerinnen und Schüler chronisch Leistung und Arbeit verwechselten. Ich habe mich dann umerzogen und verwende jetzt die Kombinationen "Arbeit verrichten" und "Leistung erbringen". Ob es was genützt hat, kann ich mangels Daten nicht behaupten, aber der Unterricht soll ja auch innere Qualitäten aufweisen. Ein anderes Beispiel ist, dass ich einfach nachgeplappert hatte, dass die Stromrechnung keine Stromrechnung sei, sondern eine Energierechnung, weil dort Kilowattstunden und nicht Ampere stehen. In einer Weiterbildung – DPK sei Dank – musste ich lernen, dass ein Strom (Fluss, Flux) "eine Grösse sei, die durch eine Fläche tritt". Die Stromrechnung ist also einfach eine Rechnung für den *Energie*fluss. Seither spreche ich in der Einleitung immer von *elektrischem* Strom (Ladungsfluss). Ich lasse sogar einen Ladungsfluss in einen Ionenstrom umrechnen. Slang kommt automatisch, aber erst später, wenn der Kontext klar ist.

Dieser Aufsatz soll sich gegen die inflationäre Verwendung des Begriffs "Definition" richten. Viele physikalische Texte setzen Definitionen – nach meiner Meinung – unpräzis, missverständlich oder sogar falsch ein.

Eine physikalische Definition ist im Wesentlichen ein Benennungsprozess. Definitionen dürfen frei gesetzt werden. Sie können deswegen nicht falsch sein, sondern sich höchstens als ungünstig herausstellen. Definitionen sollten logisch widerspruchsfrei sein, aber das betrifft mehr die Mathematik, weniger die Physik.

Ein physikalisches Gesetz ist eine quantitative Aussage über unsere Welt, die experimentell prüfbar ist. Andernfalls wäre – frei nach Wolfgang Pauli – das Gesetz "nicht einmal falsch". Die minimale Quantität ist ein Bit: "Es gibt keine magnetischen Monopole" ist deshalb ein Gesetz.

Es existieren auch Mischformen: Das Experiment liefert $F \sim I\ell B \sin\alpha$ für die magnetische Kraft auf ein Stromelement. Indem man die Proprtionalitätskonstante Eins setzt (definiert), wird die SI-Einheit der Flussdichte B festgelegt. Von solchen Fällen soll hier nicht die Rede sein, denn sie sind Allgemeingut.

2 Beispiele

Widerstand
Der absolute Widerstandswert R ist das Verhältnis von elektrischer Spannung U zu elektrischer Stromstärke I. Das ist eine Definition, denn es ginge auch umgekehrt: $G = I/U$ mit dem Leitwert G. Wir haben die Wahl und die Wahl hat keine messbaren Konsequenzen, ausser dass die Schulbücher umgeschrieben werden müssten.
Die Aussage $I \propto U$ respektive $R = \text{const}$ ist dagegen experimentell testbar. Wir sind so glücklich, wenn der einfache Sachverhalt zutrifft, dass wir ihn mit dem Namen "ohmsches Gesetz" ehren. In allen anderen Fällen (Glühlampen, Gleichrichterdioden, VDR, etc.) wird es nämlich schwierig: Der Widerstandswert hängt von Strom und Spannung ab, d.h. $R = U/I$ lässt sich immer noch bilden, aber der Wert ist von geringem Nutzen.

Impuls
Definition: “Der Impuls ist das Produkt aus der Masse eines Körpers und dessen Geschwindigkeit.”
Warum ist das ungünstig? Der Lebenszweck des Impulses ist, dass er einen Erhaltungssatz erfüllt.
Leider ist die Definition «Der Impuls ist die nach dem Noether-Theorem zur Translationsinvarianz der Naturgesetze gehörende Erhaltungsgrösse.» nicht operationalisiert und für den gymnasialen Unterricht abwegig abstrakt. Aber dummerweise gilt der Ausdruck $\vec{p} = m\vec{v}$ nur für Teilchen bei kleiner Geschwindigkeit; bei hoher Geschwindigkeit müsste der relativistische Impuls $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$ und für Photonen $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ verwendet werden. Eine Definition, die das Ziel nur im klassischen Grenzfall ($v = 0$) und nur für massive Teilchen erreicht, ist nicht sehr tragfähig.
Welcher Ausweg steht uns im Unterricht offen? Motivieren statt definieren! Ein paar Versuche auf der Luftkissenbahn oder mit dem Mariotte’schen Stossapparat (Kugelstosspendel) zeigen schnell, dass die Grösse mv interessant ist und dass damit – nach einigen Ergänzungen – ein Erhaltungssatz formuliert werden kann.

Newtonsche Grundgesetze
Ein Beispiel für ein Gesetz ist Newtons Lex secunda, das üblicherweise in der post-eulerschen Fassung als $\vec{a} = \vec{F}_{\text{res}}/m$ geschrieben wird. Sowohl die einwirkenden Kräfte, die zur Resultierenden kombiniert werden, als auch die Masse und die Beschleunigung können separat gemessen werden. Das Grundgesetz lässt sich testen und ist somit ein physikalisches Gesetz.

Das erste newtonsche Axiom (Trägheitsprinzip) ist hingegen kein Gesetz, sondern eine notwendige Voraussetzung, dass die folgenden zwei Gesetze überhaupt sinnvoll verwendet werden können. Es gibt durchaus Situationen, in denen kräftefreie Körper beschleunigen. Wenn wir beispielsweise in einem youtube-Film sehen, dass die Welt unmotiviert zu rotieren beginnt, wissen wir sofort, dass jemand die Kamera fallen gelassen hat. Es ist also falsch zu behaupten, dass das erste Axiom ein Spezialfall des zweiten sei. Eine Beschleunigung lässt sich erst nach der Wahl eines Bezugsystems messen und die vernünftige Wahl ist der Lebenszweck des ersten Axioms. Vielleicht müsste man die Lex prima so formulieren: “Definition: Ein Inertialsystem ist ein Bezugsystem, in dem kräftefreie Körper ruhen oder sich gleichmässig gradlinig bewegen. Wir beschränken uns im Folgenden auf Inertialsysteme, ansonsten könnten beschleunigte Bezugsysteme Scheinkräfte vortäuschen.”

Kreiszahl
Die Kreiszahl $\pi = U/d$ ist das Verhältnis von Kreisumfang U zu Kreisdurchmesser d. Das ist eine Definition, denn wir hätten die Freiheit gehabt, es umgekehrt zu machen oder stattdessen das Verhältnis Umfang zu Radius zu wählen. Keine dieser Definitionen führt auf einen Widerspruch.
$\pi = 3.141\,592\,653\,589\,793\,238\,462\,643\,383\ldots = \text{const}$, aufgefasst als Aussage über unsere Welt, wäre dagegen ein Gesetz, denn es ist experimentell prüfbar. Es stellt sich als falsch heraus, denn unsere Welt ist nicht euklidisch. Eine berühmte Messung von Shapiro[1] hat gezeigt, dass Radarsignale zur Venus fast 200 µs später zurückkommen als erwartet, wenn die Venus knapp hinter der Sonne steht (obere Konjunktion). Der Bahndurchmesser ist fast 30 km grösser als $U/3.1415..$, wenn wir die Bahn der Einfachheit halber kreisförmig annehmen. Der Geometrie-Einführungsunterricht muss aber nicht umgestellt werden, denn die Abweichungen sind winzig: Bei kleinräumigen (≈ 1 m) Messungen an der Erdoberfläche sind etwa ab der 16. Stelle nach dem Komma Unterschiede zu erwarten.

Schwerpunkt
Sogar Feynman erreicht das Ziel manchmal nur über Umwege: Nachdem er den Massenmittelpunkt als $\vec{r}_S = m^{-1}\sum m_i\vec{r}_i$ definiert[2] hat, zeigt er, dass seine Definition $\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}_S$ erfüllt. Das erscheint mir pädagogisch seltsam gewunden. Warum nicht den Zweck des Massenmittelpunkts nennen und dann die genannte Beziehung für $\vec{r}_S$ *herleiten*? Das ist gar nicht so schwierig. Der Massenmittelpunkt sei jener Punkt eines Körpers oder Systems aus Massenpunkten, für den $\vec{p}_{\text{total}} = m\vec{v}_S$ gilt. Verwendet man $\vec{p}_{\text{total}} = \sum\vec{p}_i$ und $m = \sum m_i$, so folgt durch Integration $m\vec{r}_S = \sum m_i\vec{r}_i$, wobei die Summe über alle Massenelemente des Körpers zu erstrecken ist. Die Integrationskonstante muss verschwinden, wenn die Formel auch für einen einzelnen Massenpunkt gelten soll. Dass Impulse vektoriell addiert werden, lässt sich mit dem Gesetz der Kräfteaddition motivieren. Dass Massen addiert werden können, muss vorausgesetzt werden, denn Massen sind wegen $\Delta E = \Delta mc^2$ nicht additiv, falls Bindungsenergien freigesetzt werden. Wegen dieser Einschränkung ist die Formel $\vec{r}_S = m^{-1}\sum m_i\vec{r}_i$ für den

Massenmittelpunkt keine Definition, sondern ein Gesetz, denn sie wäre falsifizierbar.
Viele Schulbücher setzen reflexartig den Schwerpunkt gleich dem Massenmittelpunkt und bestimmen den Schwerpunkt via das Hebelgesetz im Schwerefeld. Der Massenmittelpunkt wird so gleichgesetzt mit dem Angriffspunkt der Gravitationskraft. Das ist schade, denn es ist manchmal falsch. Jener Punkt, wo die Schwerkraft angreift, heisst Gravizentrum. Jener Punkt, für den $\vec{a} = \vec{F}_{\text{res}}/m$ gilt, ist der Massenmittelpunkt. In einem homogenen Schwerefeld fallen die zwei Punkte zusammen, sonst nicht unbedingt. Der Mond wird beispielsweise durch ein Gezeiten-Drehmoment auf die Erde ausgerichtet. Der Hebelarm ist gerade der Abstand Gravizentrum-Massenmittelpunkt des Mondes. Ich erachte es als kontraproduktiv, die Konzepte "Massenmittelpunkt" (center of mass) und "Gravizentrum" (center of gravity) aktiv zu vermischen. Ich ziehe es vor, die Konzepte passiv auseinanderzuhalten, d.h. ich gehe nicht explizit auf den Unterschied ein. Beim Grundgesetz der Mechanik spreche ich von der Beschleunigung $\vec{a} = \vec{F}_{\text{res}}/m$ des Schwerpunkts (Fachwort Massenmittelpunkt), beim Gleichgewicht eines balancierten Körpers im Schwerefeld von Schwerpunkt (FW Gravizentrum). Das reicht. Und falls Schüler/-innen nachfragen, nehme ich die Einladung zur Präzisierung gerne an.

Schwingungen
"Eine mechanische Schwingung ist eine zeitlich periodische Bewegung eines Körpers um eine Ruhelage."
"Eine Schwingung (Oszillation) ist im allgemeinen eine zeitlich periodische Änderung einer oder mehrerer physikalischen Größen in einem physikalischen System."
Beide Zitate aus dem Internet stehen ganz am Anfang des entsprechenden Abschnitts. Sie sollen wohl definieren, was unter einer Schwingung zu verstehen ist. Die erste Definition ist zu einschränkend, schliesslich gibt es auch elektrische Schwingungen, und die zweite zu schwammig, denn sie grenzt zu wenig gegen Wellen ab. Beide Definitionen ignorieren, dass es aperiodische Schwingungen gibt. Das ist unglücklich, denn sehr viele Schwingungen sind gedämpft, d.h. nicht periodisch.
Wenn nicht ganz klar ist, was eine Schwingung sein soll, muss von einer Definition abgeraten werden. Der Ausweg heisst: Schwingungen vorführen! Es ist simpel, ein Faden- und ein Federpendel oder eine Rollschwingung zu zeigen. Wer es virtuell mag, kann eine animierte Schwingung projizieren, und so die Diskussion anstossen, ob eine Schwingung dynamisch erklärbar sein muss oder auch nur kinematisch beobachtbar sein darf.

Wellen
"Was ist eine Welle? Es gibt viele Wellenbegriffe in unserer Sprache und Objekte, die wellenförmig aussehen. Aber nur einige davon schwingen, breiten sich aus und transportieren Energie. Findest Du diese «physikalischen»Wellen?" (gefunden auf einem Ausstellungs-Plakat)
Müssen Wellen unbedingt schwingen? Wie sieht es denn aus, wenn wir neben einer Wasserwelle mitfahren? Die Wasserfläche bewegt sich nicht, aber ich würde das trotzdem noch eine Welle nennen. Müssen sich Wellen ausbreiten? Eine stehende Welle bleibt an Ort. Vielleicht ist gemeint, dass eine Welle etwas räumlich ausgedehntes sein muss, um es von einer Schwingung zu unterscheiden, aber die Formulierung ist unklar. Müssen Wellen Energie transportieren? Die Stadionwelle "La Ola" hat den Wellenbegriff schon im Namen, aber Energie wird da keinesfalls transportiert.
Auch hier wären die Autorinnen oder Autoren besser bei einigen Beispielen geblieben. Beispiele können die Phänomene, die ein Begriff umfassen soll, sehr gut mitteilen. Wir kennen Wasserwellen, elektromagnetische Wellen, Schallwellen, seismische Wellen, Temperaturwellen, chemische Wellen, Seilwellen, usw. Menschen sind gut darin, Muster zu erkennen. "If it looks like a duck, quacks like a duck and waddles like a duck, it's probably a duck." (J. J. Thomson bei der Entdeckung des Elektrons) Ich weiss jetzt zwar immer noch nicht, was eine Welle tatsächlich ist, aber ich kann gut leben damit.

Geschwindigkeit
"Wenn Sie mit Ihrem Personen- oder Lieferwagen einen Anhänger ziehen, dürfen Sie auf Autobahnen höchstens mit 100 km/h fahren. Der Anhänger darf nicht schwerer als 3,5 Tonnen sein und muss für diese Geschwindigkeit zugelassen sein." (www.astra.admin.ch, 12. Oktober 2022)
"[4]Die allgemeine Höchstgeschwindigkeit von 120 km/h (Abs. 1 Bst. d) gilt ab dem Signal «Autobahn» (4.01) und endet beim Signal «Ende der Autobahn»" Artikel 4a[45] der Verkehrsregelnverordnung (fedlex.admin.ch, 12. Oktober 2022)

$$\text{“ Geschwindigkeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} \qquad \text{oder} \qquad \overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}\text{ ”} \qquad\qquad \text{(aus einem bekannten Schulbuch)}$$

Keines der Zitate lässt einen Rückschluss darauf zu, dass Geschwindigkeit eine gerichtete Grösse sein könnte. Die US-Amerikaner sind da genauer und sprechen von einem “National maximum speed limit”. Dürfen wir Geschwindigkeit als gerichtete Grösse auffassen, wenn unsere Gesetzgeber das anders handhaben?
Jedes Schulbuch steht vor dem Problem, die Alltagsauffassung von Geschwindigkeit (ungerichtet) in die wissenschaftliche Auffassung (gerichtete Grösse) zu überführen. Man kann eigentlich nur verlieren. Im Schulbuch, aus dem das Zitat stammt, wird eine Seite weiter hinten bemerkt, dass die Geschwindigkeit v der Steigung in einem s-t-Diagramm entspricht. Im einzigen Beispiel mit negativer Steigung wird dann aber mit dem Betrag von v gerechnet, d.h. die Richtung, die im Vorzeichen der Steigung steckt, gleich wieder eliminiert. Das ist geradezu kontraproduktiv.

Könnte man es besser machen? Eine billige Lösung wäre, die Richtung im Geschwindigkeitsbegriff offen zu lassen, und stattdessen, wie im Englischen, “Velozität” oder “gerichtete Geschwindigkeit” zu schreiben, wenn das so gemeint ist, und “Schnelligkeit”, “Bahngeschwindigkeit” oder “ungerichtete Geschwindigkeit”, wenn wir an Beträge denken.
Eine andere Methode wäre, die Formeln geeignet anzupassen, damit klar wird, was mit “Weg” Δs gemeint ist. Die Verwendung von s erschwert nämlich die Interpretation als gerichtete Grösse. An Hochschulen ist die Schreibweise $\vec{\upsilon} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$ (velocity) respektive $\upsilon = ds/dt$ (speed) mit $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ üblich. Am Gymnasium könnten wir $\overline{\upsilon}_y = \Delta y/\Delta t$ respektive $\overline{\upsilon} = \Delta s/\Delta t$ mit $\Delta s = |y_2 - y_1|$ oder gar $\Delta s = (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2}$ schreiben. Die Schülerinnen und Schüler erkennen y sofort als Koordinate und erschrecken nicht, wenn diese Grösse negativ wird. (Ein Kollege verwendet $\upsilon = \Delta x/\Delta t$, aber ich hätte Angst vor Sätzen wie “die Zeit wird auf der x-Achse abgetragen und x auf der y-Achse”.)

3 Diskussion

Viele Definitionen aus Schulbüchern sind effektiv Gesetze, denn sie lassen sich experimentell prüfen. Im Zweifelsfall[3] lasse ich einfach das Wort Definition weg; eine Umschreibung reicht meistens. Das ist ähnlich wie in der Mathematik, wo selten die Grundbegriffe (Zahl, Punkt, Gerade) definiert, sondern axiomatische Beziehungen zwischen diesen angegeben werden (Peano-Axiome, Parallelenaxiom, etc.). Man darf keine Hemmungen haben, Grundgrössen per hand-waving einzuführen, denn Unklarheiten werden später in der Anwendung eliminiert. Wir müssen nur stärker auf das Handwerker-Paradoxon vertrauen: Mit einem schlechten Werkzeug lässt sich ein besseres Werkzeug herstellen; auch mit vorläufigen Begriffen lässt sich gut Physik betreiben. Indem wir einen anfangs schwammigen Begriff laufend präzisieren und in Beziehung zu anderen Grössen setzen, schieben wir die Grenzen der Erkenntnis immer weiter hinaus. Dieser Vorgang ist auch für Schülerinnen und Schüler interessant: Sie werden beim Alltagsverständnis abgeholt und schrittweise zur naturwissenschaftlichen Denkweise hingeführt.

Take-home message
Definitionen gehören nicht an den Anfang eines Kapitels, sondern an das Ende einer Einführung. Der Zweck und der Grund einer Definition sollten stets geklärt werden.
Experimentell falsifizierbare Aussagen sollten Gesetze genannt werden.
Im Zweifelsfall lässt man es einfach offen und nennt stattdessen viele Beispiele.

---

[1] I. I. Shapiro, “Fourth Test of General Relativity: New Radar Result”, PRL **26** (18), 3 May 1971, 1132
[2] “The Feynman Lectures on Physics”, Vol. 1, p. 18-2, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1963
[3] Was ist beispielsweise der Status von $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$?