Body Mass Index

Martin Lieberherr
Mathematisch Naturwissenschaftliches Gymnasium Rämibühl, 8001 Zürich

Einleitung

Die Zürcher Mittelschulen haben am 19. November 2003 einen Tag der Bildung durchgeführt. Wir protestierten dagegen, dass der Regierungsrat den Gymnasien zum x-ten Male die Mittel kürzt. Da wir Physiklehrer und -lehrerinnen es gewohnt sind, die knappe Zeit doppelt und dreifach zu nutzen, wollte ich auch am Bildungstag nicht anders verfahren. Die Schülerinnen und Schüler sollten Flyer verteilen: Der Slogan war "Magersucht im Bildungswesen", der "eye-catcher" ein Nomogramm zur Berechnung des Body-Mass-Indexes (BMI). Eine Umfrage gab den Schülerinnen und Schülern den Vorwand, Leute anzusprechen und Daten zu erheben. Mit diesen Daten untersuchte ich den Zusammenhang von Körpergrösse und Körpermasse.

Theorie

Der BMI wird nach der Formel "Körpermasse in Kilogramm dividiert durch das Quadrat der Körperhöhe in Metern" berechnet: BMI = m/h^2. Der BMI normalgewichtiger Menschen liegt im Bereich 18.5 kg/m^2 $\leq$ m < 25 kg/m^2, unabhängig von der Grösse. (Verzeihen Sie mir, dass ich die Einheit hinschreibe und nicht zwischen den Geschlechtern unterscheide, ich bin Physiklehrer).
Warum haben normalgewichtige Menschen ähnliche Body-Mass-Indices?
Vereinfachend kann man zwischen drei Möglichkeiten unterscheiden:

1. $m \sim h$ Masse proportional zur Körperhöhe
2. $m \sim h^2$ Masse proportional zum Quadrat der Grösse
3. $m \sim h^3$ Masse proportional zum Kubus der Grösse

Den ersten Fall können wir gleich ausschliessen: Dann müssten ja alle Menschen denselben Brustumfang haben! Da doppelt so grosse Menschen meist breiter sind, muss deren Volumen und damit die Masse mehr als doppelt so gross sein. Die mittlere Dichte hängt ja kaum von der Körpergrösse ab.
Der dritte Fall ist schon kniffliger. Man könnte ja annehmen, dass doppelt so grosse Menschen auch in der Breite und Tiefe doppelt so gross sind. Dann wäre ihr Volumen und auch ihre Masse acht Mal grösser, d.h. $m \sim h^3$. Ein solcher Mensch wäre aber unstabil: Knochen mit vierfacher Querschnittsfläche müssten das achtfache Gewicht tragen. Grosse Menschen wären dann wesentlich anfälliger für Knochenbrüche.
Es bleibt also nur $m \sim h^2$ als vernünftige Hypothese übrig. Diese Begründung ist schwammig, aber das stört nicht weiter, denn echte Wissenschaftler testen ihre Hypothesen! Dazu diente die Umfrage.

Experiment

Die Schülerinnen und Schüler der Klasse 2a befragten am Tag der Bildung 260 zufällige Passanten nach Körpergewicht und Grösse. Wenn die Körpermasse proportional zur Körpergrösse wäre, müssten die Daten in einer graphischen Darstellung auf einer Nullpunktsgeraden liegen. Wir sehen in Abbildung 1, dass das offensichtlich nicht der Fall ist.

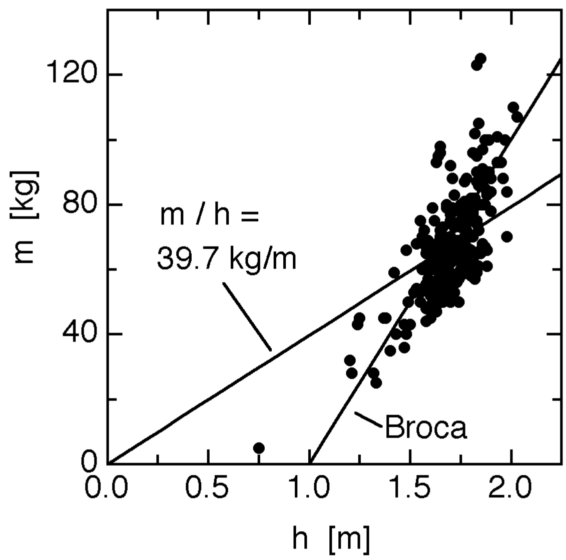

Abb. 1: Körpermasse m als Funktion der Körpergrösse h. Die schwarzen Punkte sind Umfragedaten, die Nullpunktsgerade ist eine Regressionsfunktion. Die Körpermasse ist offensichtlich nicht proportional zur Körperlänge.
Aber wir können die Regel von Broca (Normalgewicht gleich Grösse in cm minus 100) erkennen: Die Daten liegen ungefähr auf einer Geraden, die bei (1 m, 0 kg) beginnt und Steigung 100 kg/m hat.

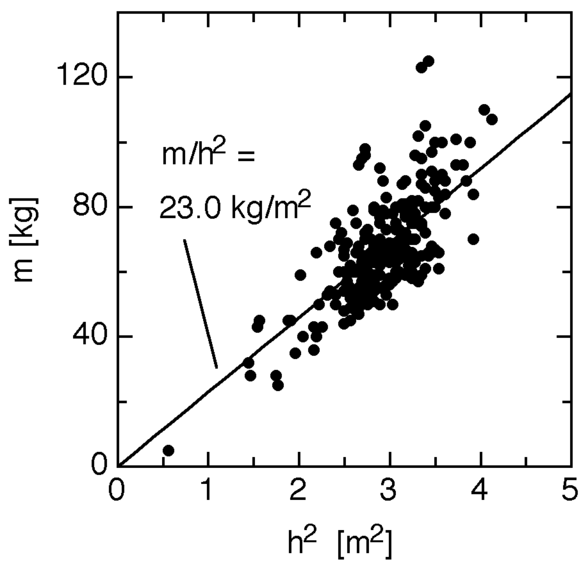

Abb. 2: Körpermasse m als Funktion des Quadrats der Körpergrösse h. Die Steigung der Nullpunktsgeraden von 23.0 kg/m^2 wurde durch Regression bestimmt.

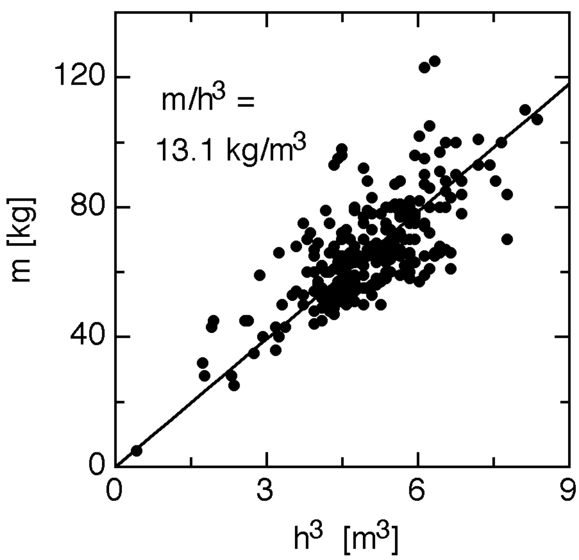

Abb. 3: Körpermasse m als Funktion des Kubus der Körpergrösse h. Die Steigung der gefitteten Nullpunktsgeraden ist 13.1 kg/m^3.

In den Abbildungen 2 und 3 ist die Körpermasse als Funktion des Quadrats resp. des Kubus der Körpergrösse aufgetragen. Es ist nicht offensichtlich, wo die Daten eher auf einer Nullpunktsgeraden liegen. Fittet man eine Potenzfunktion an die

Umfragewerte, so erhält man m ~ $h^{2.4}$. Der Exponent 2.4 ± 0.1 liegt ziemlich genau zwischen Zwei und Drei. Allerdings habe ich die Daten ungefiltert verwendet. Für eine genauere Analyse strich ich stark übergewichtige Personen und ein Kleinkind aus der Liste. Die restlichen 246 Wertepaare sind in Abbildung 4 doppelt logarithmisch dargestellt. Eine Regression liefert für die gefilterten Daten den Zusammenhang m ~ $h^{2.2}$. Das liegt mit Sicherheit näher bei m ~ h^2 als bei m ~ h^3. Eine schärfere Aussage wage ich nicht, da die Qualität der Daten nicht garantiert ist.

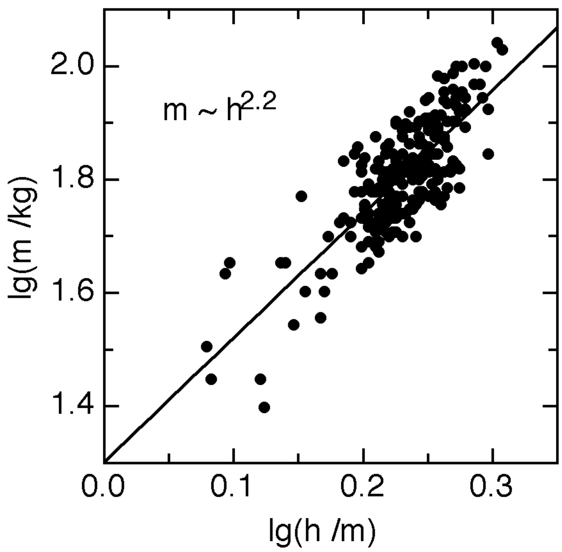

Abb. 4: Doppelt logarithmische Darstellung der Umfragewerte ohne die Extremwerte (stark Übergewichtige und ein Kleinkind). Die Gerade stellt eine Potenzfunktion dar, deren Exponent sich aus einer Regression ergibt.

Schlusswort

Die Schülerinnen und Schüler haben am Tag der Bildung viel gelernt. Die wichtigste Lehre ist wohl, dass man für eine gute Bildung kämpfen kann und muss. Falls die Stundenzahlen an den Gymnasien weiter gekürzt werden, müssen wir viele medizinische Themen aus dem Grundlagenunterricht streichen. Dabei sind gerade diese Themen "lebensnah" und ein wunderbares Beispiel für Transdisziplinarität.