

# Problematische Definitionen in physikalischen Lehrtexten (und wie ich damit umgehe)

Martin Lieberherr

14. Februar 2017

# Definition

“Unter einer Definition versteht man eine Festlegung, was ein Objekt ist, wie es entsteht, anhand welcher Merkmale man es feststellen kann, oder eine Festlegung über die Bedeutung und Verwendung eines Zeichens. ”

Quelle: [www.lernhelfer.de/schuelerlexikon](http://www.lernhelfer.de/schuelerlexikon)

Beispiel: Der Widerstand  $R$  ist das Verhältnis von Spannung zu elektrischer Stromstärke:  $R = U/I$

# Inhalt

Impulsdefinition

Kraftdefinition

Schwerpunktdefinition

Schluss

## Definition des Impulses?

Definition: (div. Lehrtexte)  
Der Impuls eines Teilchens ist das Produkt aus Masse und  
Geschwindigkeit:  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Problem: Es ist nur eine Näherung für kleine Geschwindigkeiten.

$$\vec{p} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v} \quad (\text{Max Planck, 1906})$$

Wie viel ist eine Definition wert, die nur für  $v = 0$  gilt?

Man sollte den Zweck einer Grösse nennen und sie auf eine Art einführen, die in der nächst-besseren Theorie auch noch gilt.

Die wichtigste Eigenschaft des Impulses ist sein Erhaltungssatz.

### Definition

Der Impuls ist die nach dem Noether-Theorem (1918) zur Homogenität des Raumes gehörende Erhaltungsgrösse.

Das ist leider fürs Gymnasium zu abgehoben und nicht operationalisiert.

Mein Ausweg: Ich wecke den Bedarf für eine neue Grösse mit dem Mariotteschen Stossapparat, motiviere den Term  $m \cdot \vec{v}$  sowie den Erhaltungssatz mit der Luftkissenbahn und schreibe

Der Impuls eines Teilchens ist  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$   
für kleine Geschwindigkeiten.

(klein gegen  $c$ , und für Licht gilt  $p = E/c$ )

Einige Schülerinnen und Schüler freuen sich bereits auf die SRT.

## Definition einer Kraft?

Zitat:

“Die Kraft ist gleich der zeitlichen Änderung des Impulses

$$\vec{F} = \Delta\vec{p}/\Delta t \quad (..)$$

Diese Kraftdefinition ist allgemeiner als die Kraftdefinition über die Beschleunigung  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ . Sie berücksichtigt auch den Fall, dass sich während eines Vorganges die Masse eines Körpers ändern kann.”

## Die “Definition” ist historisch unmöglich.

- 250 Archimedes: Auftriebs- und Gewichtskraft (Statik)
- 1350 Buridan: Impetus
- 1586 Stevin: Kräfteparallelogramm, schiefe Ebene (Statik)
- 1658 Huygens ... Wallis ... Newton: Impuls
- 1687 Newton: Grundgesetze der Dynamik
- 1750 Euler:  $F = ma$  und  $F = dp/dt$
- 1844 Grassmann: lineare Ausdehnungslehre (Vektoren)

Die Statik ist älter als die Kinetik.  
Der Impuls ist jünger als die Kraft.  
Vektoren sind idealisierte Kräfte.

$F = dp/dt$  und  $F = ma$  sind gleichwertig.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot \vec{v} + m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Der letzte Term würde für  $dm/dt \neq 0$  vom Bezugssystem abhängen. Der Betrag einer Kraft soll aber Galilei-invariant sein. Die Beziehung  $F = dp/dt$  und  $F = ma$  sind in der newtonschen Mechanik gleichwertig, denn beide gelten nur für Körper mit konstanter Masse. (Aber  $F = ma$  wird falsch in der SRT.)

## Die Schreibweise $F = ma$ ist zu stark verkürzt

$$\vec{F}_{\text{RES}} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{1}{m} (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots)$$

Die Gleichung definiert nicht die Kraft, sondern Kräfte müssen in sie eingesetzt werden. Der Index “resultierend” steht für eine Handlungsanleitung.

## Nicht jede Impulsänderung wird von einer Kraft verursacht.

Der Impulserhaltungssatz lautet

$$\Delta \vec{p}_{\text{total}} = \vec{0} \quad \text{für abgeschlossene Systeme}$$

$$\Delta \vec{p}_{\text{tot}} = \vec{F}_{\text{res}} \cdot \Delta t + \dots \quad \text{für offene Systeme}$$

(analog zum 1. Hauptsatz der Thermodynamik)

Warum ist “+ ...” wichtig?

## Folge: falscher Beweis des Impulssatzes

Zitat: “Wenn die die resultierende äussere Kraft auf ein System null ist, dann ist die zeitliche Änderung des Gesamtimpulses ebenfalls null, der Gesamtimpuls des Systems ist also konstant”

Gegenbeispiel: Das System sei ein leeres Stück Weltraum. Wird es von einem Meteoriten durchquert, so verändert sich dessen Impuls, ohne dass eine Kraft wirkt (konvektiver Impulstransport).

Anwendung: Wenn eine Rohrkrümmung von Wasser durchströmt wird, so ändert sich der Impuls nicht, denn ein- und ausströmender Impuls sowie der Kraftstoss des Widerlagers kompensieren sich.

## Ausweg?

Motivieren statt definieren! Größen wie Kraft oder Masse kann man umschreiben. In der Geometrie leben die SchülerInnen auch damit, Punkt und Gerade nicht definiert zu bekommen.

$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a}$  heisst nicht umsonst Grundgesetz der Mechanik. Mit seiner Hilfe kann man die Beschleunigung eines Körpers, auf den Kräfte einwirken, bestimmen.

## Zwei Definitionen des Schwerpunkts

Zitate:

- a) “Der Schwerpunkt SP eines (ausgedehnten starren oder festen) Körpers ist der Angriffspunkt der Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  für jede beliebige Lage dieses Körpers.”
- b) “Die Koordinate  $x_S$  des Massenmittelpunkts (oder Schwerpunkts) wird definiert durch  $m_{ges}x_S = m_1x_1 + m_2x_2$ ”

## Der Begriff Schwerpunkt umfasst zwei Konzepte:

- a) Die Schwerkraft greift im Schwerpunkt (FW Gravizentrum) an.
- b) Der Schwerpunkt (Fachwort Massenmittelpunkt) ist jener Punkt eines Körpers, der mit  $\vec{a} = \vec{F}_{res} / m$  beschleunigt.

Massenmittelpunkt und Gravizentrum fallen zusammen, falls das Schwerfeld homogen ist, andernfalls ist das Gravizentrum “schlecht definiert”.

Beobachtbare Konsequenz: Der Abstand zwischen Gravizentrum und Massenmittelpunkt des Mondes liefert den Hebelarm, mit dessen Hilfe Gezeitenkräfte den Mond auf die Erde ausrichten (gebundene Rotation).

## eine Formel soll nie vom Himmel fallen

Die Schwerpunktformel (MMP) soll nicht definiert, sondern motiviert werden.

Aufgabe (um die Einheit des Impulses zu diskutieren):  
Sie rennen so schnell Sie können. Wie gross ist Ihr Impuls?

$$p = mv = 60 \text{ kg} \cdot 7 \text{ m/s} = 420 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 420 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s} = 420 \text{ N} \cdot \text{s}$$

Aber: Wenn Sie rennen, bewegen sich Ihre Körperteile doch unterschiedlich! Welcher Punkt bewegt sich denn so?

Klasse: Der Schwerpunkt!

## Motivation der Formel

Der Schwerpunkt (FW Massenmittelpunkt) soll jener Punkt eines Körpers sein, für den  $\vec{p}_{\text{total}} = m_{\text{total}} \cdot \vec{v}_S$  gilt.

didaktisch reduzierte Berechnung der Koordinaten des MMP

$$(m_1 + m_2)v_S = m_1v_1 + m_2v_2 \rightarrow (m_1 + m_2)\frac{x_S}{t} = m_1\frac{x_1}{t} + m_2\frac{x_2}{t}$$
$$\Rightarrow x_S = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

Wenn der Gesamtimpuls erhalten ist, muss sich der Schwerpunkt gleichmässig geradlinig bewegen.

## Ist das Mittelschulstoff?

Der konzeptuelle Unterschied zwischen Gravizentrum und Massenmittelpunkt ist kaum ein wichtiges Thema fürs Gymnasium, aber ich als Lehrkraft will die Begriffe auseinanderhalten:

Schwerpunkt (FW Gravizentrum) vs.  
Schwerpunkt (FW Massenmittelpunkt)

Der Massenmittelpunkt wird dynamisch motiviert (Impuls, Doppelstern) und nicht via Hebelgesetz (Gravizentrum).

# Schluss

Nur Größen mathematisch definieren, die sich experimentell nicht widerlegen lassen:  $v = \Delta s / \Delta t$ ,  $\rho = m / V$ , etc. Andere Zusammenhänge heissen Gesetze oder Postulate.

Ich nenne den Zweck einer neuen Grösse, umschreibe ihre Eigenschaften und füge Details später an. Ich präsentiere Physik offen (“unfertig”), nicht geschlossen axiomatisch.

Eine problematische Definition untergräbt das Vertrauen, eine Umschreibung zu präzisieren ist bereichernd.

Übungsbeispiele:

Was ist eine Schwingung? Was ist Strom, Energie?