

Weinglas als Linse

Martin Lieberherr

Mathematisch Naturwissenschaftliches Gymnasium Rämibühl, 8001 Zürich

*Die besten Vergrößerungsgläser für die Freuden dieser Welt sind die, aus denen man trinkt.
Joachim Ringelnatz¹*

Einleitung

Beim Mittagessen mit meiner Freundin schaute ich auf den Tisch (statt ihr in die Augen) und da ist mir aufgefallen, wie das Küchenfenster durch das gefüllte Weinglas auf den Tisch abgebildet wird (Abb. 1 und 2).

1)



2)



Abbildungen 1 und 2: Das Fenster wird durch den Wein im Glas auf den Tisch abgebildet. Die Abbildung war schärfer als es nach dem Bild, das ich mit meinem Mobiltelefon im November 2004 aufgenommen habe, den Anschein hat.

Der Wein war ein gehaltvoller (14 vol% Alkohol), leicht süsslicher Amigne aus dem Kanton Wallis. Durch Abdecken des Glases mit den Fingern wurde klar, dass das projizierte Licht durch den ebenen Weinspiegel von oben einfällt. Die Abmessungen des Weinglases (Abb. 3) fand ich auf der Verpackung der Weingläser.

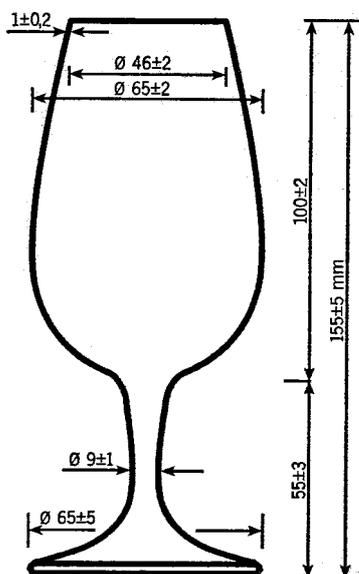


Abbildung 3: Das Weinglas (Le Verre[®] von Sibling) hatte die links gezeigten Abmessungen. Es besteht aus gewöhnlichem Maschinenglas. Der untere Teil kann gut durch eine Kugel approximiert werden, die 65 mm Durchmesser hat und 55 mm über der Tischfläche schwebt.

Theorie der dicken Linse

Wie hängen die Parameter der "Weinlinse" von den Abmessungen und dem Brechungsindex des Weines ab? Kann man vielleicht den Brechungsindex des Weines abschätzen? Ich packte die Gelegenheit beim Schopf und suchte die Gleichungen, welche eine dicke Linse beschreiben (Abb. 4).

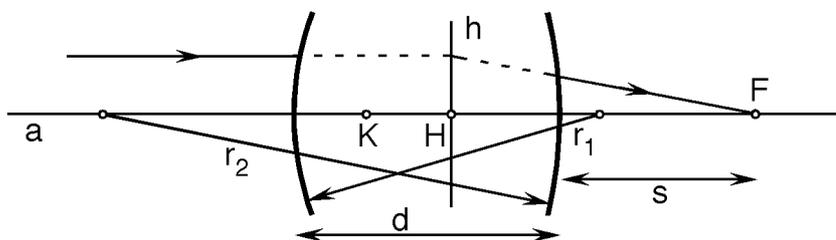


Abbildung 4: Eine Linse mit den Krümmungsradien r_1 und r_2 sowie Dicke d aus einem Material mit Brechungsindex n (relativ zum umgebenden Material) hat die Brennweite f und die Schnittweite s . Die Radien sind positiv, wenn der Krümmungsmittelpunkt rechts von der zugehörigen Fläche liegt. Fürs Bild wurden gewählt:

$$r_1 = 40 \text{ mm}, r_2 = -60 \text{ mm}, n = 1.7, f = 40 \text{ mm} \quad \square \quad d = 34.7 \text{ mm}, s = 25.7 \text{ mm}$$

Die Schnittweite s (Abb. 4) wird vom Linsenscheitel zum Brennpunkt F gemessen, die Brennweite f vom Hauptpunkt H zum Brennpunkt. Im Hauptpunkt schneidet die Hauptebene h die optische Achse a der Linse. Die optische Achse läuft durch die beiden Krümmungsmittelpunkte der Linsenflächen. Die Hauptebene ist der geometrische Ort der Schnittpunkte der verlängerten, achsenparallel einfallenden Strahlen und der entsprechenden Strahlen durch den Brennpunkt. Für die Brennweite und hintere Schnittweite gilt in paraxialer Näherung²:

$$f = \frac{r_1 r_2}{(n - 1) \left[r_2 - r_1 \right] + \frac{d}{n} (n - 1)} \quad \text{und} \quad s = f \left[1 - \frac{1}{r_1} \frac{d}{n} (n - 1) \right]$$

Dreht man die Linse um, so erhält man die vordere Schnittweite.

Ein Lichtstrahl, der auf den vorderen Knotenpunkt K (Abb. 4) zuläuft, verlässt die Linse parallel versetzt aus dem hinteren Knotenpunkt. Falls sich auf beiden Seiten der Linse wie in Abbildung 4 dasselbe Medium befindet, z.B. Luft, so fallen die Knotenpunkte mit den Hauptpunkten zusammen. Ist die Linse auch noch dünn, so liegen ausserdem die zwei Haupt- respektive Knotenpunkte übereinander. In Schulbüchern wird der Hauptpunkt einer dünnen Linse oft "Linsenmitte" genannt, obwohl dieses Wort nur bei symmetrischen Linsen sinnvoll ist.

Vergleich mit der Weinlinse

Beim Wein im Glas ist $r_1 = \infty$ (Flüssigkeitsspiegel), $r_2 = -32.5 \text{ mm}$ und $s = 55 \text{ mm}$.

Mit diesen Angaben folgt $f = \frac{\infty r_2}{(n - 1) \left[r_2 - \infty \right] + \frac{d}{n} (n - 1)}$ und $s = f = 55 \text{ mm}$.

Da die Strahlen parallel einfallen, ist die Bildweite gleich der Brennweite, wir können

also den Brechungsindex ausrechnen:

$$n = 1 \pm \frac{r_2}{f} = 1 \pm \frac{r_2}{s} = 1 \pm \frac{32.5 \text{ mm}}{55 \text{ mm}} = 1.59 \text{ (ca. } \pm 0.1)$$

Reines Wasser hat einen Brechungsindex von 1.33, reiner Alkohol 1.36; beide Werte liegen weit unterhalb von 1.6. Der Wein war süß, aber so ein hoher Brechungsindex kann auch durch den Zuckergehalt nicht erklärt werden (Eine wässrige Lösung mit 84 Massenprozent Saccharose hat einen Brechungsindex von 1.50). Ich vermutete, dass die paraxiale Theorie überanstrengt wurde und wollte die Brennebene mit dem Computer berechnen. Zuerst legte ich einen Punkt auf dem Glas fest, in dessen Nachbarschaft die Brechung erfolgt. Parallel durch den Wein einfallende Strahlen werden in der Nähe des Punktes unterschiedlich gebrochen. Die gebrochenen Strahlen schneiden sich in einem Brennpunkt. Dann variierte ich die Einfallswinkel im Wein und zeichnete die zugehörige Kurve, auf welcher die Brennpunkte liegen (Abb. 5).

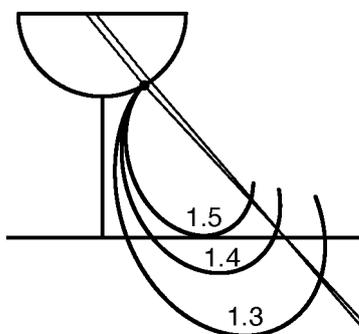


Abbildung 5: Die Brenn"ebene" für parallel einfallende Strahlen, welche in der Nachbarschaft des gezeichneten Punktes auf die Glaswand treffen. Der Brennpunkt wandert, wenn man den Einfallswinkel des Strahlenbündels variiert. Das gezeichnete Strahlenbündel ist für Wein-Brechzahl $n = 1.4$ berechnet. Man sieht, dass es für Brechungsindices in der Gegend von 1.4 bis 1.5 einigermaßen scharfe Bilder gibt.

Da ich schon dabei war, wollte ich die oben angegebene Formel für die Schnittweite mit dem gleichen Programm testen (Abb. 6)

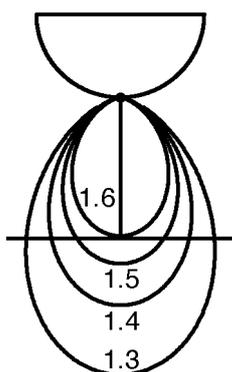


Abbildung 6: Geometrische Orte der Brennpunkte von Strahlenbündeln, die aus verschiedenen Richtungen im Wein auf den Linsenscheitel treffen. Man sieht, dass die Kurve für die Brechzahl $n = 1.6$ tatsächlich die Tischfläche berührt, die Schnittweite ist also wirklich 55 mm. In der Näherung für achsennahe Strahlen (paraxiale Optik, Gauss'sche Optik) werden die Scheitel dieser Kurven durch Ebenen ersetzt.

Diogenes, der Weise, der wohnt in einem Fass.

Daraus kann man beweisen, dass Weisheit wohnt beim Nass!

Holländisches Volkslied¹

¹Lexikon der heiteren Weisheiten, H.S. Wertheimer, Ott Verlag, Thun, 1997

²Anhang zum Katalog der Optikfirma Spindler & Hoyer