

Luftwiderstand der Restatmosphäre auf die ISS

Martin Lieberherr, MNG Rämibühl, martin.lieberherr@mng.ch

1 Einleitung

Diesen Artikel möchte ich dem Organisationskomitee – Jürg Barblan, Hanno Gassmann, Hans Kammer, Stefan Walser – von der DPK für den wunderbaren Kurs “Physik in München” widmen, denn er wurde durch einen Besuch im Deutschen Museum angeregt.

Uns wurde auf einer Führung gesagt, dass die internationale Raumstation ISS 455 Tonnen Masse¹ habe, sich mit 7.66 km/s bewege¹, für einen Umlauf 92.68 min brauche² und aufgrund restatmosphärischer Reibung täglich z.B. 66 m zur Erde sinke¹. Da Münchner Bier anregend wirkt, stellte ich mir sofort die Frage, ob sich daraus nicht die Luftwiderstandskraft berechnen liesse. (Die Zahlen musste ich nachgoogeln, vermutlich eine andere Wirkung des Biers. Die Sinkrate variiert stark, die anderen Werte leicht.)

Zuerst wollen wir die Konsistenz der Werte prüfen: Wir nehmen näherungsweise an, dass sich die ISS auf einer Kreisbahn bewegt. Dann gilt für den Bahnradius

$$r = \frac{vT}{2\pi} = \frac{7.66 \text{ km/s} \cdot 92.68 \cdot 60 \text{ s}}{2\pi} = 6779 \text{ km} = 6371 \text{ km} + 408 \text{ km} = r_E + h \quad (1)$$

Die 408 km Bahnhöhe passen zu den publizierten Werten.

2 Energiesatz

Wird die ISS gebremst, so nimmt ihre potentielle Energie ab, aber ihre kinetische Energie zu (Satellitenparadoxon). Potentielle und kinetische Energie sind über den Virialsatz verknüpft:

$$F_{\text{res}} = ma_z \quad (2)$$

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad \parallel \cdot \frac{r}{2} \quad (3)$$

$$\frac{GMm}{2r} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (4)$$

$$-\frac{1}{2}E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \quad (5)$$

Die kinetische Energie ist betragsmässig halb so gross wie die potentielle Gravitationsenergie. Für Kreisbahnen gilt das exakt, für andere Bahnen im Mittel.

Die atmosphärische Reibung lässt sich mit dem Energiesatz für offene, d.h. nicht-abgeschlossene Systeme bestimmen: $\Delta E = W + \dots$. Die Veränderung der Energie der ISS ist gleich der an der Raumstation verrichteten Arbeit. Andere Energietransfers (+ ..), wie z.B. Wärmezufuhr durch Sonnenlicht, spielen hier untergeordnete

Rollen. Der Luftwiderstand bremst die ISS, sie sinkt ab und gewinnt dabei kinetische Energie.

$$\Delta E = W + .. \quad (6)$$

$$dE_{\text{pot}} + dE_{\text{kin}} = -F_R \cdot ds \quad (7)$$

$$\frac{1}{2} \frac{dE_{\text{pot}}}{dt} = -F_R \cdot \frac{ds}{dt} \quad (8)$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dr} \left(-\frac{GMm}{r} \right) \frac{dr}{dt} = -F_R \cdot v \quad (9)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{GMm}{r^2} \cdot \frac{dr}{dt} = -F_R \cdot v \quad (10)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{mv^2}{r} \cdot \frac{dr}{dt} = -F_R \cdot v \quad (11)$$

$$F_R = -\frac{1}{2} \frac{mv}{r} \frac{dr}{dt} \quad (12)$$

$$F_R = \frac{\pi m}{T} \cdot \left(-\frac{dr}{dt} \right) = \frac{\pi \cdot 455 \cdot 10^3 \text{ kg}}{92.68 \cdot 60 \text{ s}} \cdot \frac{66 \text{ m}}{86400 \text{ s}} = 0.20 \text{ N} \quad (13)$$

Das tönt jetzt nicht nach sehr viel, aber die Bremsleistung ist immerhin

$$P_R = F_R \cdot v = 0.20 \text{ N} \cdot 7.66 \text{ km/s} = 1.5 \text{ kW} \approx \frac{1}{2} mg \Delta h / \Delta t \quad (14)$$

Die Rechnung lässt sich leicht mit anderen Sinkraten wiederholen.

3 Diskussion

Darf man von Bremsen sprechen, wenn der Luftwiderstand die Raumstation effektiv schneller macht? Die Dichte der Luft in 400 km Höhe beträgt³ etwa $2.8 \cdot 10^{-12} \text{ kg/m}^3$. Wie hängt die Sinkrate mit der höhenabhängigen Dichte zusammen? Raketentriebwerke stossen Verbrennungsgase mit 2 bis 3 km/s aus. Mit welcher Rate müssten Gase ausgestossen werden, um die Reibung durch die Restatmosphäre zu kompensieren? Warum macht man das nicht laufend sondern in grösseren Abständen? Was ist der Unterschied der ISS-Abbremsung zum Aerobraking eines Raumfahrzeugs, z.B. des Mars Climate Orbiter in der Marsatmosphäre?

3. April 2019, Lie.

¹ https://de.wikipedia.org/wiki/Internationale_Raumstation (Abruf am 3. April 2019)

² https://en.wikipedia.org/wiki/International_Space_Station (Abruf am 3. April 2019)

³ CRC Handbook of Chemistry and Physics, 71st Edition, 1990-1991