Doppelsterne und Konstanz der Lichtgeschwindigkeit

Martin Lieberherr
Mathematisch Naturwissenschaftliches Gymnasium Rämibühl, 8001 Zürich

Einleitung

Wir Physiklehrkräfte haben ja das Privileg, uns von der Physik inspirieren lassen zu dürfen, dann diesen Gedanken nachzuhängen und sogar noch einen Nutzen für unsere Arbeit daraus zu ziehen. So ist es mir neulich ergangen, als ich wieder mal Einstein gelesen habe: Ich fand ein neues Argument, wie man den Schülern die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit plausibel machen kann. Albert Einstein und Leopold Infeld haben folgende experimentelle Tatsache als Beweis angeführt[1]:

"Nun gibt es aber eine ganze Menge von Doppelsternsystemen, die aus zwei, einen bestimmten Punkt im Raum – den sogenannten gemeinsamen Schwerpunkt – umkreisenden Fixsternen bestehen. Die Beobachtung dieser Doppelsterne ergab, dass ihre Bewegungen dem Newtonschen Gravitationsgesetz unterliegen. Setzen wir nun wieder den Fall, dass die Geschwindigkeit des Lichtes von der des Körpers abhängt, der es ausstrahlt, so muss ein von dem Stern bei uns eintreffender Lichtstrahl beschleunigt oder verzögert werden je nachdem, wie schnell der Stern sich in dem betreffenden Augenblick in unserer Blickrichtung auf uns zu- oder von uns fortbewegt. Wäre dem so, dann würde die ganze Bewegung verwischt erscheinen, und man könnte bei den so weit entfernten Doppelsternen unmöglich nachweisen, dass sie dem gleichen Gravitationsgesetz gehorchen wie unser Sonnensystem. (...) Das Ergebnis unserer Überlegungen sieht, erhärtet durch speziellere technische Argumente, folgendermassen aus: Die Lichtgeschwindigkeit hängt nicht von der Bewegung der Lichtquelle ab."

Und prompt hielt mich folgender Gedanke ein paar Stunden vom Schlafen ab: Wie würde es denn aussehen, wenn sich Quellen- und Lichtgeschwindigkeit addierten? Was heisst "die Bewegung erscheint verwischt"? Da man selten die Möglichkeit hat, einen Gedanken Einsteins weiterzuführen, packte ich die Gelegenheit beim Schopf.

Theorie

Um die Rechnung übersichtlich zu halten, vereinfachte ich die Situation auf einen Stern, der sich gleichmässig im Kreis bewegt. Die Sichtlinie soll zudem in der Bahnebene liegen und das Kreiszentrum relativ zur Erde, unserem Beobachtungsort, ruhen. Die Situation ist in Abb. 1 gezeichnet. Der Abstand Stern-Erde ist näherungsweise (d >> r) $s = d \,\square\, r\cos\square$. Nehmen wir ferner an, dass die Komponente der Sterngeschwindigkeit parallel zur Beobachtungsrichtung zur Lichtgeschwindigkeit dazukommt. Dann hat das ausgesandte Licht die Geschwindigkeit $c_{rel} = c \,\square\square\sin\square$ relativ zur Erde (klassische Addition der Geschwindigkeiten).

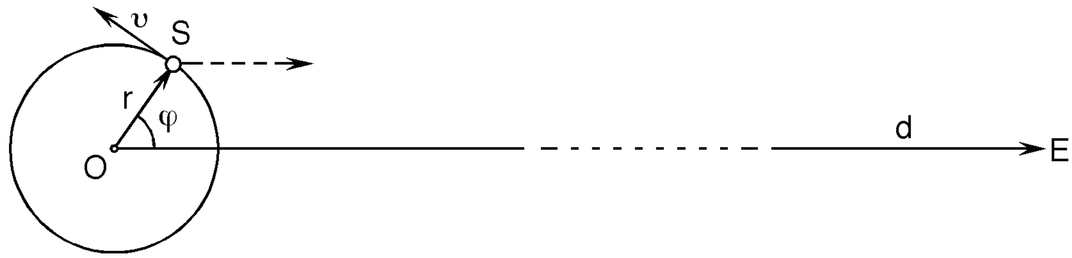

Abbildung 1: Ein Stern S kreist gleichmässig um ein Zentrum O und sendet Licht in Richtung Erde E. Die Kreisbahn hat Radius r, die Erde Abstand d >> r. Der Polarwinkel φ des Sterns wächst proportional zur Zeit und zur Bahngeschwindigkeit υ, genauer $\varphi = \upsilon \cdot t'/r$

Der Quotient aus Abstand s und relativer Lichtgeschwindigkeit c_{rel} ist die Dauer, während welcher das Licht vom Stern zur Erde unterwegs ist. Addieren wir diese Dauer zur Sendezeit, so erhalten wir die Ankunftszeit t, bei der das Licht die Erde erreicht. Die Sendezeit ist proportional zum Polarwinkel φ. Es folgt:

$$t = \frac{\varphi \cdot r}{\upsilon} + \frac{d - r\cos\varphi}{c - \upsilon\sin\varphi} \qquad \text{(G)}$$

Umgekehrt könnten wir jetzt für eine bestimmte Ankunftszeit t berechnen, unter welchem Winkel φ man den Stern beobachtet. Unglücklicherweise ist Gleichung (G) transzendent. Wir können sie nur näherungsweise nach φ auflösen. Für einen ersten Überblick genügt es aber, wenn wir die Funktion $t(\varphi)$ graphisch darstellen (Abb. 2)

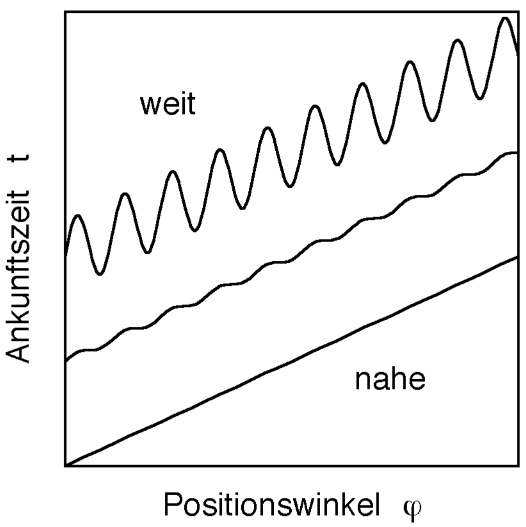

Abbildung 2: Ankunftszeit des Lichtes auf der Erde als Funktion des Polarwinkels des Sterns beim Aussenden (schematisch). Ist der Stern relativ nahe bei der Erde, so bemerkt man nichts Aussergewöhnliches: Der Stern bewegt sich gleichmässig im Kreis. Ist der Stern jedoch genügend weit entfernt, so kann später ausgesandtes, "schnelleres" Licht früher emittiertes, "langsameres" Licht überholen: Man sieht den Stern an mehreren Positionen gleichzeitig.

Ab welcher "kritischen" Distanz zum kreisenden Stern würde man ihn mehrfach sehen? Das "schnellste" Licht wird in Abb. 1 im "tiefsten" Punkt der Bahn ausgesandt, das langsamste oben. Die Grenze zwischen ein- und mehrfacher Sichtbarkeit des Sterns ist ungefähr dort, wo das schnellste und das langsamste Licht gleichzeitig auf der Erde ankommen. Aus (G) folgt

$$t = \frac{(\pi/2)\cdot r}{\upsilon} + \frac{d}{c - \upsilon} = \frac{(\pi/2 + \pi)\cdot r}{\upsilon} + \frac{d}{c + \upsilon} \qquad \Rightarrow \quad d = \frac{\pi}{2}\left(\frac{c^2}{\upsilon^2} - 1\right)\cdot r$$

Beispiel: Ein Doppelstern[2] (Bedeckungsveränderlicher) in der Andromedagalaxie in 2.52 Millionen Lichtjahren Entfernung hat Umlaufzeit 3.54969 Tage und Mittelpunkts-abstand Stern-Stern 16.5 Sonnendurchmesser. Wir nehmen an, dass nur eine Komponente sichtbar sei (und $m_1 \approx m_2$). Die kritische Distanz ist mit diesen Werten:

$$r = \frac{16.5}{2} \cdot 2r_S = 16.5 \cdot 6.9599 \cdot 10^{8}\ \text{m} = 1.1482 \cdot 10^{10}\ \text{m} \qquad (^{3})$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 1.1482 \cdot 10^{10}\ \text{m}}{3.54969 \cdot 86400\ \text{s}} = 2.352 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}$$

$$\Rightarrow\ d = \frac{\pi}{2}\left(\frac{c^2}{v^2} - 1\right) \cdot r = \frac{\pi}{2}\left(\frac{(2.9979 \cdot 10^{8}\ \text{m/s})^2}{(2.352 \cdot 10^{5}\ \text{m/s})^2} - 1\right) \cdot 1.1482 \cdot 10^{10}\ \text{m} = 2.93 \cdot 10^{16}\ \text{m} = \underline{\underline{3.1\ \text{LJ}}}$$

Wäre die Lichtgeschwindigkeit abhängig von der Quellengeschwindigkeit, so sähe man das schon bei relativ nahen Doppelsternen: Sie würden die Bahn ziemlich ungleichmässig durchlaufen (gehorchten nicht dem Newtonschen Gravitations-gesetz) oder wären mehrfach sichtbar. Sehr weit entfernte Doppelsterne sähe man derart multipliziert, dass man tatsächlich sagen könnte, die Bahn sei verwischt.

Simulation

Man kann Gleichung (G) numerisch nach t auflösen und alle Lösungen zu einem bestimmten Zeitpunkt graphisch darstellen.

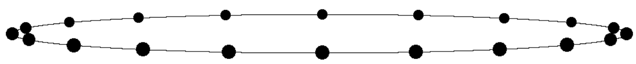

Abbildung 3: Periodisch aufgenommene Ansichten eines kreisenden Sterns, der nahe beim Beobachter ist (1% der oben berechneten, kritischen Distanz).

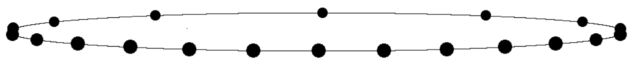

Abbildung 4: Periodisch aufgenommene Ansichten eines kreisenden Sterns, der 30% der oben berechneten, kritischen Distanz aufweist. Die Bahn wird bereits unregelmässig durchlaufen: Die Newton-Kepler'schen Gesetze gelten scheinbar nicht mehr.

Ab der kritischen Distanz ist der Stern mehrfach sichtbar und der hintere Bahnabschnitt wird scheinbar rückwärts durchlaufen. (Das ist im Druck schlecht darstellbar, aber eine animierte Version finden Sie unter www.dpk.ch/Material)

Quellen

[1] Albert Einstein und Leopold Infeld "Die Evolution der Physik" Rowohlt Verlag, Hamburg, 61.-70. Tausend, April 1958, Seiten 117-118

[2] http://www.astronomy.com/asy/default.aspx?c=a&id=3640, Aufruf am 19. April 2006

[3] DMK/DPK Formeln und Tafeln, Orell Füssli Verlag, 9. Auflage