

Aladdin und der Geist in der Wunderlampe

Martin Lieberherr, MNG Rämibühl, 8001 Zürich

Einleitung

Wir Lehrerinnen und Lehrer haben ja manchmal Schwierigkeiten, unsere Schützlinge während der ach so laaaaangen Stunden zu motivieren. Oft hilft es da, wenn man einen interessanten Einstieg wählen kann, z.B. ein Märchen. Ich habe mir für diesen Artikel "Aladdin und die Wunderlampe" vorgenommen.

Eigenschaften des Geists

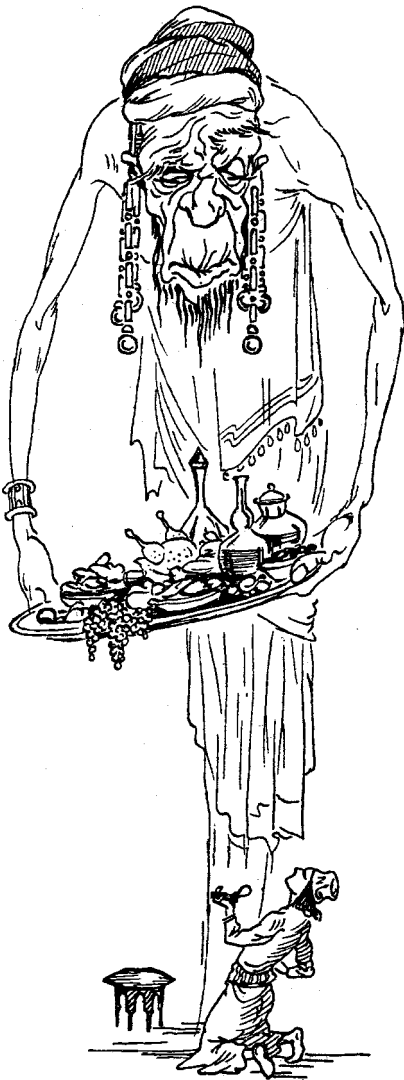


Abbildung des Lampengeists aus
"Tausendundeine Nacht" Band II, Schweizer
Druck- und Verlagshaus, Zürich 1948, S. 123.

Der Geist aus Aladdins Wunderlampe ist etwa vier Mal grösser als Aladdin. Nimmt man an, dass der Geist so proportioniert ist, wie es ein Mensch von dieser Grösse wäre, so hätte der Geist etwa das 16fache Volumen. Bei normalgewichtigen Menschen ist nämlich die Masse und damit auch das Volumen proportional zur Körperhöhe im Quadrat, s. Body-Mass-Index.

Nimmt man an, dass Aladdin ein junger Durchschnittsmann ist, so hat er ein Volumen von ca. 60 - 70 Litern, der Geist hat also gerade etwa 1 m³ Körperinhalt.

Woraus besteht nun Geist? Wir können das geistige Material ja wörtlich aus dem Englischen übernehmen: Spirit heisst auf Deutsch Spiritus (Weingeist) und auf Chemisch Ethanol (CH₃CH₂OH). Weiter ist es Allgemeinwissen, dass Geister luftige Wesen sind. Damit haben wir die gewünschten Informationen: Der Geist muss aus Alkoholdampf vermischt mit Luft bestehen! Der Einfachheit halber nehmen wir an,

dass es sich um gesättigten Alkoholdampf handelt. In den DMK/DPK Formeln und Tafeln findet man, dass Ethanol bei 20 °C den Dampfdruck $p = 5.87 \text{ kPa}$ hat. Mit der Zustandsgleichung des idealen Gases lässt sich leicht die Stoffmenge n berechnen:

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{5870 \text{ Pa} \cdot 1.0 \text{ m}^3}{8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 293 \text{ K}} = 2.4 \text{ mol}$$

Zusammen mit der molaren Masse von Ethanol, 46.07 g/mol, kann man ausrechnen, dass der Geist aus 111 g Weingeist besteht (und etwa 1 kg Luft). Mit der Dichte von flüssigem Ethanol, 789 kg/m³, erhält man, dass der Geist im kondensierten Zustand ein Volumen von 1.4 dL einnimmt. Er findet also sicher Platz in der Wunderlampe (die eher ein Spritkocher zu sein scheint).

Thermodynamische Folgerungen

Zugegeben, das oben Angeführte ist nur eine "geistreiche" Hypothese. Finden wir Indizien in der Erzählung, ob diese Überlegung ein Körnchen Wahrheit enthält? Klar! Aladdin muss die Lampe reiben, damit der Geist aus der Lampe fährt. Reiben erzeugt die benötigte Verdampfungswärme!

Wir wollen gleich einmal abschätzen, wie lange Aladdin reiben muss, bis aller Alkohol verdampft ist. Die spezifische Verdampfungswärme von Ethanol beträgt $L_v = 0.84 \text{ MJ/kg}$ (allerdings beim Siedepunkt 78 °C, bei Zimmertemperatur ist sie etwas höher.) Nehmen wir weiter an, Aladdin reibe mit einer Kraft von $F_R = 1.0 \text{ N}$ und einer Geschwindigkeit von $v = 1.0 \text{ m/s}$. Dann gilt:

$$t = \frac{mL_v}{F_R v} = \frac{0.111 \text{ kg} \cdot 8.4 \cdot 10^5 \text{ J/kg}}{1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m/s}} = 9.3 \cdot 10^4 \text{ s} = 26 \text{ h}$$

Das ist nun etwas gar lange, braucht uns aber noch nicht zu stören. Das erste Mal erscheint der Geist, während Aladdins Mutter die Lampe reinigt. Sie hat sicher flinker und stärker geputzt, denn es wird Sand als Putzmittel erwähnt. Der Geist wird auch als kräftig beschrieben. Beim zweiten Mal macht sich Aladdin selbst ans Werk und reibt nur mit sanftem Druck. Der Geist wird dann auch als sanft beschrieben. Das deutet darauf hin, dass nur ein Teil des Ethanols verdampft ist. (Was wir aber im Folgenden ignorieren wollen.)

In meiner Version der Erzählung verschwindet der Geist, nachdem er einen Wunsch Aladdins erfüllt hat. Der Geist verduftet nie ganz, denn er lässt sich immer wieder aus der Lampe holen. Also muss er von selbst in die Lampe zurückgehen. Auch das ist eigentlich normal: Die Ethanol-Moleküle vollführen ja eine Wärmebewegung und dabei müssen sie irgendwann den Weg zurück in die Lampe finden. Wir wollen die Wahrscheinlichkeit W_N ausrechnen, den ganzen Geist in der Lampe anzutreffen. Bestünde er aus einem Molekül, so wäre

$$W_1 = \frac{V_{Lampe}}{V_{Lampe} + V_{Geist}} \approx \frac{1.4 \text{ dL}}{1.4 \text{ dL} + 1 \text{ m}^3} \approx 1.4 \cdot 10^{-4}$$

Ich habe angenommen, dass sich das Molekül frei bewegt und überall angetroffen werden kann im zugänglichen Volumen. Besteht der Geist aus N unabhängigen, unterscheidbaren Molekülen, so ist diese Wahrscheinlichkeit $W_N = (W_1)^N$. Die Teilchenzahl ist das Produkt aus der Stoffmenge und der Avogadrokonstanten N_A :

$$N = n \cdot N_A = 2.4 \text{ mol} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 1.4 \cdot 10^{24}$$

$$W_N = W_1^N = (1.4 \cdot 10^{-4})^{1.4 \cdot 10^{24}} = 10^{5.4 \cdot 10^{24}}$$

Das ist nun allerdings extrem unwahrscheinlich. Es gibt nicht genügend Tinte im überblickbaren Universum, um diese Zahl in Fixkommadarstellung aufzuschreiben, geschweige denn Papier! Wir könnten die Rechnung noch ein bisschen seriöser durchführen, aber das Verdikt bleibt bestehen: Der Geist geht nicht von alleine in die Lampe zurück! Dieser Teil der Geschichte muss erfunden sein.

Im Unterricht benütze ich ein verwandtes Beispiel, um den 2. Hauptsatz der Wärmelehre durch eine Analogie plausibel zu machen:

Wärmeenergie verteilt sich im zugänglichen Bereich ähnlich wie Gasteilchen. Es ist möglich, dass sich die Gasteilchen in einem kleinen Teilbereich sammeln, aber es ist extrem unwahrscheinlich. Ebenso: Es ist möglich, dass Wärme zwanglos von kalten nach heißen Stellen fließt, aber es ist EXTREM unwahrscheinlich.

Schlussfolgerung

Als Scheherazade ihrem Sultan Schahriar die Geschichte von Aladdin und der Wunderlampe vortrug, hat sie wohl nicht damit gerechnet, dass man ihr physikalisch nachweisen kann, dass sie ihm ein Märchen auftischt!